



Comprendre l'intégration de ressources technologiques en mathématiques par des professeurs des écoles

Caroline Poisard, Laetitia Bueno-Ravel, Ghislaine Gueudet

► To cite this version:

Caroline Poisard, Laetitia Bueno-Ravel, Ghislaine Gueudet. Comprendre l'intégration de ressources technologiques en mathématiques par des professeurs des écoles. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 2011, 31 (2), pp.151-189. hal-00603519

HAL Id: hal-00603519

<https://hal.science/hal-00603519>

Submitted on 11 Jul 2013

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Poisard, C., Bueno-Ravel, L., & Gueudet, G. (2011). Comprendre l'intégration de ressources technologiques en mathématiques par des professeurs des écoles. *Recherches en didactique des mathématiques*, 31(2), 151-189.

COMPRENDRE L'INTÉGRATION DE RESSOURCES TECHNOLOGIQUES EN MATHÉMATIQUES PAR DES PROFESSEURS DES ÉCOLES

Caroline Poisard, Laetitia Bueno-Ravel, Ghislaine Gueudet*

UNDERSTANDING TECHNOLOGICAL RESOURCES INTEGRATION
IN MATHEMATICS BY PRIMARY SCHOOL TEACHERS.

Abstract – In this paper, we study the question of technologies integration for primary school mathematics teaching referring to the theoretical framework of documental approach. We present two case studies, concerning the virtual abacus integration, for students aged 7 to 9. In these studies, we question resources appropriation by primary school teachers and uses they develop. We identify teachers' knowledge concerning the mathematical content to be taught which are playing a main role in appropriation, uses, and integration of resources. We highlight the link between resources integration, teacher knowledge and the evolution of these.

Key words: documents, documental geneses, primary school, resources, teachers professional knowledge, technologies integration, numeration.

COMPRENDER LA INTEGRACIÓN DE RECURSOS TECNOLÓGICOS
EN MATEMÁTICAS DE LOS PROFESORES DE ESCUELAS.

Resumen – En este artículo, nosotros estudiamos la pregunta de la *integración* de tecnologías para la enseñanza de las matemáticas en el primer grado, remitiéndonos al marco teórico del *enfoque documental*. Presentamos dos estudios de caso que tratan la integración del *ábaco virtual*, para los alumnos de 7 a 9 años. En estos estudios, nosotros nos interrogamos sobre la *apropiación* de los recursos por parte de los profesores de escuelas y los *usos* que ellos desarrollan. Identificamos los conocimientos de los profesores,

* CREAD, IUFM de Bretagne / UBO – caroline.poisard@bretagne.iufm.fr – laetitia.bueno-ravel@bretagne.iufm.fr – ghislaine.gueudet@bretagne.iufm.fr

relativos a los contenidos matemáticos a enseñar, y que juegan un rol esencial en la apropiación, los usos, la integración de recursos. Nosotros exponemos la relación entre la integración de recursos, los conocimientos de los profesores y la evolución de estos.

Palabras-claves: conocimientos de los profesores, documentos, génesis documental, integración de las tecnologías, primer grado, recursos, numeración.

RESUME

Dans cet article, nous étudions la question de l'*intégration* des technologies pour l'enseignement des mathématiques au premier degré, en nous référant au cadre théorique de l'*approche documentaire*. Nous présentons deux études de cas, portant sur l'intégration du *boulier virtuel*, au cycle 2 et au cycle 3. Dans ces études, nous interrogeons l'*appropriation* des ressources par des professeurs des écoles et les *usages* qu'ils développent. Nous identifions des connaissances des professeurs, relatives aux contenus mathématiques à enseigner, et qui jouent un rôle essentiel dans l'appropriation, les usages, et l'intégration des ressources. Nous mettons en évidence le lien entre l'intégration de ressources, les connaissances des professeurs et les évolutions de celles-ci.

Mots-Clés : connaissances des professeurs, documents, génèses documentaires, intégration des technologies, premier degré, ressources, numération.

INTRODUCTION : INTÉGRATION DES TECHNOLOGIES EN MATHÉMATIQUES AU PREMIER DEGRÉ

Nos travaux portent sur le thème de l'intégration des technologies dans l'enseignement des mathématiques au premier degré. Cette intégration, comme l'indiquent certains travaux (Imbert 2008), semble au moment où nous écrivons ces lignes encore limitée. Nous faisons cependant l'hypothèse que les usages des technologies, et en particulier des ressources en ligne, sont destinés à s'accroître dans les années à venir. Cette hypothèse est fondée essentiellement sur deux constats. D'une part, le recours par des professeurs de mathématiques aux ressources en ligne au second degré s'est considérablement accru ces dernières années (Artigue & Gueudet 2008). Ainsi, en France, le site de l'association Sésamath¹ enregistre plus d'un million de connexions mensuelles. Cette tendance s'inscrit plus largement dans un mouvement d'essor des usages personnels et professionnels d'internet ; il est donc probable qu'elle gagne le premier degré à son tour. D'autre part, le développement du numérique à l'école (Mission e-Educ 2008) est indiqué comme une priorité ministérielle. Celle-ci doit être soutenue par des efforts d'équipement importants : équipement internet des écoles rurales, plate-forme d'identification des ressources et des usages, généralisation des Environnements Numériques de Travail, développement du portail PrimTICE², etc. Les incitations institutionnelles n'impliquent pas automatiquement un changement de pratiques ; cependant, un accès rapide à internet peut jouer un rôle déterminant dans l'emploi des ressources en ligne disponibles. Pour le premier degré, il existe, en mathématiques, de nombreuses ressources libres à utiliser en ligne ou à télécharger, telles que Atoumath³, Matoumatheux⁴, Les Jeux de Lulu⁵, le Terrier⁶ (sur le site Abuledu), la base d'exercices MathenPoche⁷, ou des logiciels de géométrie dynamique, entre autres.

¹ <http://www.sesamath.net>

² <http://primtice.education.fr/>, base de scénarios pour le premier degré.

³ <http://www.kervenc.net/atoumath/atoumath/menu.html>

⁴ <http://www.ticeo.net/matou/accueilniveaux/accueilFrance.htm>

⁵ <http://pagesperso-orange.fr/jeux.lulu%20/>

⁶ <http://www.abuledu.org/leterrier/accueil>

⁷ <http://mathenpoche.sesamath.net/>

Nous travaillons depuis plusieurs années au sein de groupes de recherche sur des questions d'intégration des ressources technologiques en mathématiques au premier degré et d'usages de bases d'exercices en ligne par des professeurs d'école et de collège. De 2005 à 2008, le groupe EMULE⁸, dans le cadre de l'ACI GUPTEn (Bueno-Ravel & Gueudet 2009, Lagrange, Blanchard, Loisy & Vandebrouck 2009), a eu pour objectif de décrire et d'analyser des usages de bases d'exercices en ligne en mathématiques à la charnière primaire-collège. Dans le prolongement de ce travail, depuis 2008, le groupe de recherche TREMA-1⁹ se penche sur la question de l'analyse des phénomènes d'intégration et des usages des TICE et autres ressources associées au premier degré. L'étude que nous présentons ici s'appuie sur le travail du groupe TREMA-1.

Dans ce groupe, nous considérons les ressources technologiques susceptibles d'intervenir dans l'enseignement des mathématiques dans une perspective élargie, comme un élément d'un ensemble plus vaste de ressources à disposition des maîtres. Ainsi les questions que nous étudions sont les suivantes :

- Quels éléments influencent, ou guident, les choix des professeurs, pour retenir une ressource et pour choisir une mise en œuvre en classe ? En particulier, comment s'articulent ces choix et les connaissances professionnelles des professeurs ?
- Comment les professeurs s'approprient-ils une ressource retenue en l'adaptant, la transformant, l'associant à d'autres ?

Ce positionnement nous a conduites à travailler ces questions en nous plaçant dans le cadre théorique de l'approche documentaire du didactique (Gueudet & Trouche 2009, 2010) ; nous présentons cette perspective dans la section qui suit. Nous exposons ensuite la méthodologie retenue pour le recueil et l'analyse de données. Dans cet article, nous avons choisi de détailler des études de cas portant sur l'emploi du *boulier chinois virtuel*. Nous présentons cette ressource, et analysons ses usages possibles dans le contexte de l'enseignement de la numération entière en fin de cycle 2 et début de cycle 3¹⁰. Nous exposons ensuite deux études de cas, l'une en CE2 et l'autre en CE1. Ces études de cas permettent l'analyse, d'une part de la mise en œuvre et de l'appropriation du boulier virtuel par deux professeurs et d'autre

⁸ Enseignement des Mathématiques et Usage en Ligne d'Exercices, groupe INRP-IUFM de Bretagne.

⁹ TICE et REssources en MATHématiques au premier degré, groupe INRP-IUFM de Bretagne.

¹⁰ Élèves de 7 à 9 ans.

part de certaines causes et conséquences de cette appropriation. Elles ont également une portée plus générale, au-delà du contexte des cas présentés, que nous discutons et synthétisons en conclusion.

PERSPECTIVE THÉORIQUE : L'APPROCHE DOCUMENTAIRE

1. Ressources, le cas du premier degré

Les professeurs, dans leur activité professionnelle hors classe comme en classe, ont affaire à une multitude de ressources. Nous conférons à ce terme de ressource un sens très large, qui a été introduit par Adler (2010) :

Le sens que l'on attribue communément à ce mot [ressource] dans et pour l'éducation, est celui de ressources matérielles ; le manque de ressources réfère en général à l'absence de manuels scolaires ou autres matériels pour apprendre. Il est possible aussi de penser les ressources comme une forme du verbe *re-sourcer* : nourrir à nouveau, ou différemment. (Ibid, p.25)

Ainsi les ressources sont tout ce qui peut ressourcer l'activité du professeur : des manuels, des logiciels, mais aussi les interventions des élèves, des discussions avec un collègue, etc. Adler (2000, 2010), qui analyse les interactions entre enseignants de mathématiques et ressources en Afrique du Sud, notamment dans le contexte du premier degré, détaille des cas portant respectivement sur le tableau noir, sur le langage, et sur le temps. Elle entend ainsi souligner d'une part que les ressources matérielles peuvent être des objets simplement accessibles, présents même dans des environnements économiquement défavorisés ; et d'autre part que toutes les ressources ne sont pas nécessairement matérielles. Elle montre également que comprendre et accompagner les évolutions de l'enseignement des mathématiques nécessite d'examiner les interactions entre professeurs et ressources, porteuses d'évolutions professionnelles.

Un point de vue semblable sur les évolutions professionnelles des professeurs est adopté par plusieurs recherches effectuées aux Etats-Unis, et s'intéressant au *curriculum material* (Remillard 2005, Remillard, Herbel-Eismann & Lloyd 2009). Ces travaux considèrent le matériel d'enseignement, et se centrent plus particulièrement sur les manuels scolaires. Ils montrent que les *transactions* des professeurs avec certains manuels forment, au fil du temps, des attitudes particulières, que les professeurs adoptent lorsqu'ils rencontrent un nouveau manuel. Ainsi certains professeurs vont s'intéresser uniquement aux fiches élèves ; d'autres vont se centrer sur le livre du

maître, pour y chercher des scénarios à mettre en place en classe, d'autres encore vont chercher plutôt des réflexions didactiques sur un contenu particulier : difficultés prévisibles des élèves, aides possibles, etc. Ces attitudes sont plutôt stables, mais peuvent néanmoins évoluer sous certaines conditions dont l'étude est actuellement en cours (Remillard 2010). Même si elles concernent a priori la préparation de la classe, elles ont une influence directe sur l'implémentation de ce qui a été préparé, et sur les déroulements de classe.

En France, Margolinas et Wozniak (2009) qui s'intéressent à la *documentation scolaire* qui intègre « manuels scolaires, fichiers pour l'élève, livres du maître, sites internet, revues professionnelles, ouvrages pédagogiques, documents issus de la formation initiale ou continue, programmes d'enseignement, etc. » (p.136) articulent cette documentation professionnelle et la production, par le professeur, du texte du savoir : *son œuvre* (Chevallard 1996). Elles notent comme Remillard (2010) que les interactions entre le professeur et sa documentation professionnelle façonnent certains positionnements des professeurs. Elles vont même au-delà, en identifiant dans certains cas un *document générateur*, autour duquel l'œuvre du professeur semble s'être cristallisée. Ce document joue donc un rôle essentiel, pour le développement des connaissances professionnelles des professeurs. Ceci ne signifie pas que deux professeurs différents ayant recours au même document générateur développeront la même œuvre. Ligozat (2010) observe ainsi qu'un même support peut générer des situations didactiques différentes, selon les connaissances professionnelles des professeurs, qui influent sur la manière dont ils investissent le texte.

Ces différents travaux montrent selon nous la nécessité de s'intéresser aux ressources des professeurs, de développer des outils théoriques pour conceptualiser les interactions entre les professeurs et les ressources, et le lien entre ces interactions et les connaissances professionnelles des professeurs. Nous présentons de tels outils ci-dessous.

2. Genèses documentaires

Nous exposons brièvement ici les principaux éléments d'une approche théorique dont la construction est encore en cours : l'*approche documentaire du didactique* (pour une présentation détaillée voir Gueudet & Trouche 2009, 2010). Cette approche considère l'activité du professeur dans son ensemble, en classe et hors classe. Elle s'intéresse au travail documentaire du professeur : rassembler des ressources, en retenir certaines, les articuler, les mettre en œuvre, les réviser, etc. Nous considérons que ce travail est central dans l'activité

du professeur, prenant place dans chaque facette de cette activité, se déroulant dans des lieux, des temps, des collectifs divers. Les ressources susceptibles d'intervenir sont elles aussi multiples. Adler (2000, 2010) considère qu'en plus des ressources matérielles, les interventions des élèves, le temps, le langage, et les connaissances mêmes de professeurs sont susceptibles de se constituer en ressources. Nous avons restreint cette définition, en choisissant de ne pas considérer les connaissances professionnelles des professeurs comme des ressources. En effet, nous nous intéressons à la manière dont ces connaissances interviennent dans les interactions entre professeurs et ressources ; d'où la nécessité d'une séparation entre connaissances et ressources.

Retenir une définition large du terme 'ressources' ne signifie pas en gommer les spécificités ; nous nous intéressons aux conséquences des caractéristiques de différentes catégories de ressources. Nous étudions particulièrement les ressources numériques, leur intégration, les modifications qu'elles engendrent. Plus largement, les ressources matérielles peuvent porter des traces d'usage susceptibles de renseigner le chercheur : annotations sur un livre, modifications sur un fichier, etc. Par ailleurs, les productions d'élèves, écrites ou orales fournissent au professeur des ressources essentielles (notons que le numérique induit des évolutions importantes également pour ce type de ressources : échanges de mail entre professeurs et élèves, écrits d'élèves au tableau conservés grâce au tableau blanc interactif par exemple).

S'appuyant notamment sur l'approche instrumentale (Rabardel 1995, Guin & Trouche 2002), l'approche documentaire considère que le professeur développe, au cours de ses interactions avec un ensemble de ressources, pour une classe de situations donnée, un *document* (figure 1). Ce processus est nommé *genèse documentaire*. Notons que le terme de *situation*, dans l'expression *classe de situations*, n'a pas le sens qui lui est conféré dans le cadre de la théorie des situations (Brousseau 1998), mais est employé en référence aux travaux de Rabardel (1995), pour désigner des situations d'activité professionnelle.

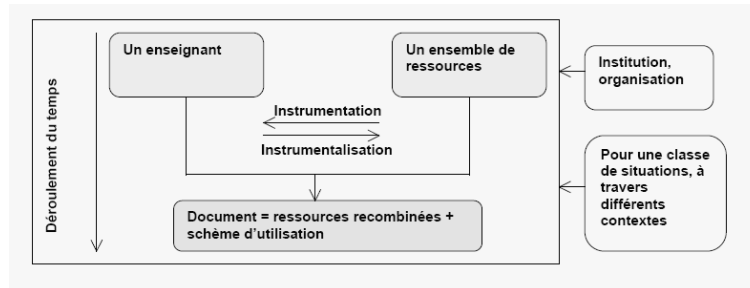


Figure 1. – Représentation schématique de la genèse d'un document

L'ensemble de ressources figuré ci-dessus n'est pas à comprendre comme un ensemble structuré. Ses contours, et les articulations entre les ressources qu'il comporte restent flous.

Au cours d'une genèse documentaire se développe un *document*. Celui-ci comporte des ressources recombinaées (on peut parler cette fois d'un ensemble de ressources cohérent) et un *schème d'utilisation* de ces ressources. Ainsi la notion de document ici s'écarte du sens introduit par Margolinas et Wozniak (2009) mentionné ci-dessus : un document n'est pas un objet matériel.

Nous nous référons, pour la notion de schème, à la caractérisation donnée par Vergnaud (1996) : un schème est une organisation invariante de l'activité, qui comporte notamment des *règles d'action*, et est structurée par des *invariants opératoires* qui se forment au cours de, et qui pilotent, cette activité, dans différents contextes rencontrés pour la même classe de situations. Dans les cas que nous étudions ici, les invariants opératoires sont des connaissances professionnelles des enseignants. Le thème des connaissances professionnelles des professeurs a fait l'objet de nombreuses études (voir, par exemple, Ball, Thames & Phelps 2007, Cooney 1999, Bloch 1999), dont certaines proposent diverses catégorisations. Ici nous ne distinguons pas de catégories de connaissances ; nous ne séparons pas non plus *connaissances* et *convictions* (comme le font certains des auteurs évoqués ci-dessus). Nous avons fait le choix de nous intéresser principalement aux connaissances professionnelles (c'est-à-dire susceptibles d'intervenir dans des choix de l'enseignant, pour un objectif professionnel fixé) en lien avec le contenu mathématique : ce que Margolinas, Coulange et Bessot (2005) nomment les *connaissances didactiques* du professeur. Ces connaissances englobent les connaissances mathématiques ; elles peuvent aussi concerner les types de tâches à proposer aux élèves, les difficultés à anticiper, etc.

Les genèses documentaires comprennent un double mouvement d'*instrumentalisation* (le sujet met les ressources à sa main, se les approprie) et d'*instrumentation* (les caractéristiques des ressources façonnent l'activité et les connaissances professionnelles du sujet). Elles associent stabilité et évolutions : elles engendrent des schèmes, donc des invariants ; dans le même temps, la mobilisation d'un schème au cours de l'activité amène des adaptations, dont peuvent résulter des changements dans le schème, voire l'émergence d'un nouveau schème. Les genèses documentaires sont des processus qui se continuent : un document n'est jamais définitif, il fournit de nouvelles ressources, qui vont être engagées dans un nouveau travail documentaire.

De nombreux auteurs, étudiant l'activité du professeur, distinguent sous différentes formes ce qui était prévu et ce qui est effectivement réalisé. Remillard (2005) souligne l'écart entre *planned curriculum* et *implemented curriculum*. Orsola-Mangiante (2007), s'appuyant sur Leplat (1997), différencie *représentation*, *redéfinition* et *réalisation* de la tâche du professeur. Drijvers, Doorman, Boon, Reed et Gravemeijer (2010) complètent le modèle de *l'orchestration instrumentale* introduit par Trouche (2004) en ajoutant, pour décrire une orchestration donnée, le concept de *performance instrumentale*. Ils analysent ainsi l'ensemble des décisions prises en classe par le professeur, en termes de *configurations didactiques* (arrangements d'artefacts) et de *modes d'exploitation* (prévus) de ces configurations. L'approche documentaire ne souligne pas de telles distinctions, car elle considère les genèses comme des processus permanents. Les choix faits en classe participent à une genèse, mais celle-ci était précédemment amorcée, et elle se poursuit au-delà.

3. Système documentaire et système de ressources

Dans la perspective que nous adoptons ici, nous considérons que le travail documentaire est dense dans l'activité professionnelle des professeurs, et que les genèses documentaires sont le moteur des évolutions professionnelles. Ce constat est à rapprocher de l'étude de ces évolutions proposée par la théorie des situations didactiques (Margolinas 2002), qui montre l'importance des interactions du professeur avec le *milieu*. En définissant le milieu comme tout ce sur quoi le professeur agit et ce qui agit sur le professeur, on peut alors considérer que le milieu du professeur est l'ensemble de ses ressources (Gueudet & Trouche 2008). De même que la structure du milieu est essentielle en théorie des situations, la structure des

ensembles de ressources et de documents joue un rôle central dans l'approche documentaire.

Les documents développés par le professeur au fil du temps sont organisés en un *système documentaire* structuré (Gueudet & Trouche 2010), selon les classes de situations d'activité (Rabardel & Bourmaud 2005). Nous centrons ici notre propos sur l'étude du travail documentaire du professeur pour des classes de situations du type « concevoir et mettre en œuvre l'enseignement de O », où O désigne une organisation mathématique (Chevallard 2002). Ces classes de situations s'articulent comme les organisations mathématiques. Par exemple, « concevoir et mettre en œuvre l'enseignement d'une technique opératoire de l'addition » fait partie de la classe plus générale : « concevoir et mettre en œuvre l'enseignement de l'addition », et est connectée avec « concevoir et mettre en œuvre l'enseignement de la numération ». Le système documentaire comporte des ressources, et des connaissances professionnelles ; sa partie « ressources » est nommée *système de ressources*.

Parmi les évolutions professionnelles, nous portons ici une attention particulière à l'intégration de nouvelles ressources (ressources numériques, dans les cas que nous étudions). Les questions d'intégration ont fait l'objet de nombreux travaux. Assude (2007) propose un modèle explicatif des phénomènes d'intégration en termes de résistances (qui peuvent être personnelles, institutionnelles, symboliques, éthiques et temporelles) et de changements (qui peuvent se manifester à travers les facteurs, les acteurs, et avoir un certain degré, une valeur, des effets). Notre étude est plutôt positionnée en termes de changements, examinés pour chaque professeur étudié. Notre perspective d'un mouvement continu peut nous amener à considérer comme ressources tant les facteurs que les effets, ainsi nous n'introduisons pas une telle distinction. Ruthven (2009) identifie cinq caractéristiques structurantes de la pratique de classe, déterminantes pour l'intégration des technologies : l'environnement de travail, le système de ressources, le format d'activité, l'économie temporelle et le script curriculaire (qui désigne un ensemble de savoirs organisés). Notre perspective est proche de celle de Ruthven ; toutefois, d'une part notre définition de ressources s'éloigne du sens courant qu'il utilise ; d'autre part, dans nos analyses le regard se porte en priorité sur les ressources, pour (au moins) deux raisons.

Tout d'abord, pour une ressource technologique, la compatibilité avec d'autres ressources matérielles faisant partie du système de ressources de l'enseignant est un facteur d'intégration important : un

professeur utilisateur de tableau blanc interactif (TBI) intégrera aisément un manuel numérique, par exemple.

Par ailleurs il ne s'agit pas que de compatibilité matérielle : le système de ressources constitue la partie 'ressources' du système documentaire des professeurs. Il est donc associé à des connaissances professionnelles, susceptibles de jouer un rôle déterminant pour l'intégration d'une ressource nouvelle. Ainsi, si le système de ressources d'un enseignant comporte des extraits d'un livre du maître, décrivant la mise en œuvre d'un débat en classe, ce professeur a probablement des connaissances professionnelles liées à l'intérêt d'organiser un tel débat. Supposons que ce professeur ait à sa disposition un TBI, et soit informé de ses fonctionnalités. Le TBI permet un affichage souple de réalisations d'élèves, sur support numérique (zoom, choix d'une partie, surlignage). Il offre de plus des possibilités d'annotations et de mémoire des discussions menées en classe. Le professeur, connaissant l'intérêt des débats, sera alors susceptible d'intégrer le TBI dans son système de ressources.

Ainsi les ressources pour elles-mêmes, ou comme indicateurs des connaissances professionnelles des professeurs jouent un rôle essentiel dans notre travail.

CHOIX MÉTHODOLOGIQUES

Le travail que nous présentons ici s'appuie sur le groupe de recherche TREMA-1 que nous avons évoqué ci-dessus. Celui-ci est composé de trois enseignants-chercheurs et de maîtres-formateurs¹¹ (quatre en 2008–2009 et trois en 2009–2010). Cet appui implique un positionnement particulier des maîtres-formateurs suivis comme des chercheurs. Nous expliquons ci-dessous ce positionnement. Nous présentons ensuite les données recueillies et le mode d'exploitation de ces données.

1. Implication des maîtres-formateurs et des chercheurs

Les maîtres-formateurs du groupe TREMA-1 utilisent des ressources numériques (ressources en ligne, logiciels, calculatrices) au moins une fois dans l'année. Ils décrivent ces usages, dans les réunions

¹¹ Les maîtres-formateurs sont des professeurs des écoles titulaires d'un diplôme spécifique attestant de leurs compétences de formateurs d'enseignants. Ils interviennent dans la formation initiale et/ou la formation continue.

mensuelles du groupe (nous détaillons ci-dessous les modalités de cette description). Tous les membres du groupe, y compris les chercheurs, interviennent pour proposer des ressources. Les chercheurs peuvent également faire des apports didactiques, à la demande des maîtres-formateurs. Lors de la description des usages au cours des réunions, ils interrogent les maîtres-formateurs si nécessaire pour obtenir plus de détails sur leurs choix. Lors de la deuxième année de fonctionnement du groupe (2009–2010), les enseignants-chercheurs sont de plus allés régulièrement observer et filmer les séances de deux des maîtres-formateurs, et ont également mené des entretiens avec ces enseignants observés (voir ci-dessous le cas de Noémie).

Ainsi, dans le groupe, les maîtres-formateurs et les enseignants-chercheurs sont partenaires, pour l'élaboration et pour l'analyse des séquences, un positionnement souvent adopté dans les recherches relevant du *task design* (Watson & De Geest 2005) ou du *design-based research* (Cobb, Confrey, diSessa, Lehrer & Schauble 2003). Les maîtres-formateurs sont conduits à adopter une posture réflexive sur leur propre pratique pour la décrire. Le fait que les enseignants suivis soient des maîtres-formateurs n'est pas un choix a priori, il résulte de contraintes administratives. Cependant cette caractéristique nous semble a posteriori intéressante : les maîtres-formateurs, enseignants expérimentés, formés à la didactique, disposent d'un large répertoire de connaissances professionnelles, susceptibles d'enrichir notre étude. De plus, ils sont habitués à l'analyse de pratiques, et adoptent la posture réflexive nécessaire sans doute plus facilement que d'autres professeurs.

Les enseignants-chercheurs ne suggèrent pas de choix de mise en œuvre, mais peuvent faire des apports didactiques qui se constituent en ressources pour les maîtres-formateurs (voir ci-dessous le cas de Carlos).

2. Données recueillies

Les maîtres-formateurs constituent des fiches de préparation de leurs séances. Après chaque séance, ils prennent à chaud des notes sur son déroulement. À la fin d'une séquence, ils constituent une grille de description de séquence (voir annexes 1 et 3). Ils relèvent et photocopient, ou photographient, les productions des élèves sur papier. Les enseignants-chercheurs collectent ces divers éléments ; ils tentent plus généralement de rassembler largement les ressources matérielles utilisées par le professeur (manuels, échanges de mails), suivant ainsi les principes méthodologiques retenus dans le cadre de l'approche documentaire (Gueudet & Trouche 2010). Ils prennent

également note des discussions lors des réunions du groupe. Certaines séances sont observées et filmées ; dans ce cas, elles sont aussi suivies d'un entretien à chaud. Mais le grand nombre de mises en œuvre de ressources numériques ne permet pas de tout observer.

En 2009–2010, ce suivi a été complété par d'autres éléments, issus de la méthodologie d'investigation réflexive associée à l'approche documentaire (Gueudet & Trouche 2010). Les maîtres-formateurs ont répondu à un questionnaire de présentation personnelle, portant sur leur expérience professionnelle, leurs ressources en mathématiques, leur implication dans des collectifs. Ils ont de plus participé à un entretien portant sur leurs ressources et leur travail documentaire en mathématique, entretien mené selon la méthode dite du sosie (« je viens pour te remplacer pendant une année, je veux faire exactement comme toi, que dois-je faire ? »). Au cours de cet entretien, le professeur réalise une représentation schématique de son système de ressources.

3. Exploitation des données recueillies

Pour exploiter le corpus de données correspondant à une séquence, et donc à l'intégration d'une ressource numérique particulière que nous souhaitons analyser, nous précisons en premier lieu la ou les classes de situations en jeu. Nous débutons alors l'exploitation des données en relevant autant que possible les ressources (au sens large) auxquelles le professeur a recours dans une classe de situations donnée. Du point de vue des ressources matérielles, nous portons une attention particulière aux articulations entre la ressource numérique étudiée et les autres ressources, en particulier non numériques. Nous nous intéressons aussi aux ressources constituées par les discussions au sein du groupe, et aux productions des élèves (traces écrites, comme interventions orales en classe).

Notre intérêt étant centré sur une ressource numérique spécifique, nous effectuons une analyse préalable des usages et des choix de mise en œuvre possibles pour cette ressource, au niveau de classe concerné, dans les conditions matérielles et le contexte institutionnel qui sont ceux de l'enseignant étudié. Cette analyse guide le chercheur pour identifier les choix de l'enseignant.

Il s'agit ensuite de rechercher les causes possibles de ces choix, en particulier en termes de connaissances professionnelles des professeurs. Ces connaissances peuvent être identifiées dans les différents écrits fournis par le professeur, dans les notes des réunions du groupe, mais plus encore dans les entretiens à chaud après les séances observées.

Nous cherchons plus généralement à identifier des genèses documentaires, en notant des régularités, dans les choix du professeur pour sa préparation, ou dans sa mise en œuvre en classe. Ces choix peuvent avoir été effectivement observés, ou décrits par le professeur, lors des réunions du groupe ou pour les données 2009–2010 lors de l'entretien. Certains choix décrits peuvent concerner d'autres ressources que celle sur laquelle nous centrons notre attention (par exemple, l'enseignant peut mentionner ses usages de bases d'exercices en ligne, alors que l'étude porte sur la calculatrice). Ils peuvent relever de l'enseignement fait au cours des années précédentes. Ces éléments nous permettent de noter des régularités, même si notre recueil de données est limité dans le temps.

Dans cet article, nous nous appuyons plus en détail sur deux études de cas. Toutes deux concernent l'intégration du boulier virtuel. Parmi les ressources utilisées par les membres de groupe, il nous a semblé intéressant de retenir celle-ci, qui n'a pas fait jusqu'ici à notre connaissance l'objet de recherches. Or elle permet d'identifier des spécificités des ressources numériques, notamment grâce à la comparaison possible entre boulier virtuel et boulier matériel. Avant d'entrer dans les études de cas, nous allons donner quelques éléments de présentation de cette ressource et d'analyse de ses usages possibles.

BOULIER MATÉRIEL ET BOULIER VIRTUEL

1. Affichage et lecture de nombres entiers avec le boulier

Différents types de bouliers existent (Marguin 1994) ; ici nous nous intéressons uniquement au boulier chinois ou suan-pan.

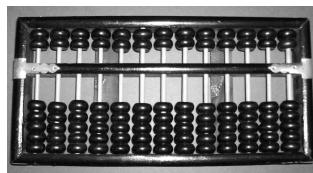


Figure 2. – Boulier chinois affichant zéro¹²

Rappelons brièvement le principe de fonctionnement du boulier chinois pour afficher un nombre donné. Chaque tige comporte 7 boules, réparties sur deux rangées séparées par une barre centrale.

¹² Photo extraite du site Educmath,
<http://educmath.inrp.fr/Educmath/ressources/documents/bouliers>

L'une des tiges correspond aux unités et les autres tiges reprennent l'ordre usuel de numération : dizaines, centaines, etc. Les boules *du bas*, appelées *unaires*, valent un (c'est-à-dire une unité, une dizaine, etc. selon la tige sur laquelle elles sont placées). Les boules *du haut*, appelées *quinares*, valent cinq. Les boules sont considérées comme activées lorsqu'elles sont déplacées vers la barre centrale. Comme nous le verrons ci-après, la plupart des nombres peuvent être représentés de plusieurs manières par des affichages du boulier. Nous parlons d'*inscription économique* d'un nombre lorsque le nombre minimal de boules est déplacé.

Le boulier virtuel Sésamath¹³ (figure 3) reprend ces mêmes principes.

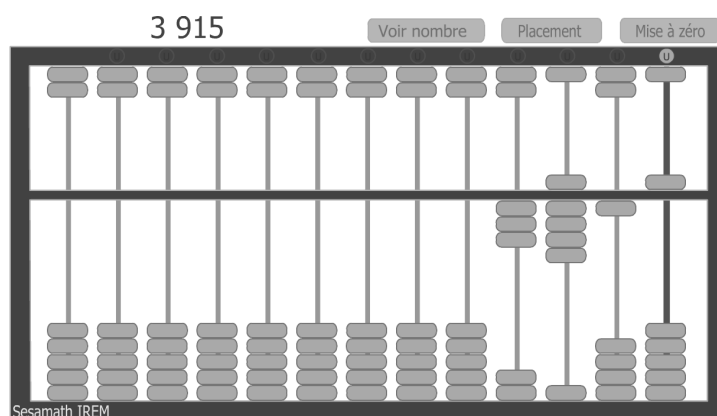


Figure 3. – Boulier virtuel Sésamath, inscription économique de 3915

En cliquant sur une boule, on la déplace vers la barre centrale ainsi que toutes celles qui la séparent de cette barre. On peut inversement remettre les boules d'une tige dans leur position initiale. Le boulier virtuel possède de plus certaines fonctionnalités spécifiques. N'importe quelle tige peut être choisie comme tige unité. Elle apparaît alors en rouge et est surmontée d'un 'u' vert. Dans la figure 3, la tige la plus à droite a été choisie comme tige unité ; cela sera également toujours le cas dans les deux classes étudiées. Une icône « voir nombre » peut être activée : dans ce cas une écriture chiffrée du nombre inscrit sur le boulier apparaît en haut, à gauche, comme sur la figure 3. L'icône « mise à zéro » permet de remettre le boulier à zéro en un clic. L'icône « placement » permet de passer de n'importe

¹³ http://cii.sesamath.net/lille/exos_boulier/

quelle inscription à l'inscription économique ; ensuite les boules restent bloquées dans la même position, jusqu'à ce que l'utilisateur fasse une « mise à zéro ».

Pour travailler en classe avec les élèves, il s'agit donc tout d'abord d'organiser la découverte de ce mode de fonctionnement. Celle-ci s'articule avec les tâches élémentaires d'affichage et de lecture de nombres sur le boulier. Des difficultés sont à prévoir, relatives à la confusion entre *valeur* et *quantité*, et à l'importance de la position des boules, pour déterminer leur valeur : une boule peut représenter la valeur 1, mais aussi la valeur 5, ou encore 10, 50, 500, etc.

L'aspect de visualisation dynamique du boulier virtuel peut contribuer à son intégration par les professeurs : elle est conforme aux idées des enseignants sur l'intérêt des technologies en mathématiques, telles que les identifient Ruthven et Henessy (2002). Nous notons cependant que l'aspect virtuel n'amène pas que des possibilités supplémentaires. En termes de manipulation physique du boulier, l'emploi du boulier matériel permet, au cas où des unaires et des quinaires doivent être déplacées sur la même tige, d'effectuer ce déplacement par un seul geste du pouce et de l'index *claquant* les boules sur la tige centrale. Ce geste, et le bruit qui en résulte, sont classiquement associés à l'emploi du boulier. L'analogue de ce geste n'est pas possible avec le boulier virtuel (qui n'est en outre pas sonorisé).

Nous allons maintenant nous pencher sur les usages possibles du boulier en numération entière, en fin de cycle 2 et début de cycle 3. Il ne s'agit pas de réaliser une analyse préalable exhaustive des usages, mais de souligner des choix qui se présentent au professeur, et qui sont susceptibles d'avoir des conséquences sur leur activité mathématique.

2. Usages possibles du boulier en classe

Nous nous plaçons dans le cas où des bouliers matériels, ainsi que des ordinateurs équipés du boulier virtuel, sont accessibles en nombre suffisant. Nous supposons en outre que les élèves ne connaissent pas encore le boulier.

Comme nous l'avons évoqué ci-dessus, il s'agit pour le professeur de préparer et mettre en œuvre la découverte du mode de fonctionnement du boulier. Une recherche sur un travail similaire a été effectuée par Maschietto et Trouche (2010), avec une machine mathématique nommée « Zéro+1 », conçue sur le principe du compteur (5 roues crantées – possibilité d'affichage de nombres à 3 chiffres). Cette recherche portait plus largement sur les *laboratoires de mathématiques*, définis par les auteurs comme des lieux comportant

des outils disponibles, où un expert peut guider les élèves, et où des temps de recherche en petits groupes alternent avec des synthèses collectives. La perspective retenue est alors celle de l'investigation scientifique (Rocard, Csermely, Jorde, Lenzen, Walberg-Henriksson & Hemmo 2007). Les élèves (de niveau CM1 et CM2) vont durant 4 séances découvrir le fonctionnement de la machine « Zéro+1 », en manipulant celle-ci avec l'aide du professeur en cas de difficultés. Des temps de mise en commun sont organisés. Les élèves écrivent un mode d'emploi, et proposent différentes procédures pour faire des additions.

En nous appuyant sur ce travail, nous retenons les dimensions suivantes, pour caractériser les choix de mise en œuvre :

- la découverte du mode de fonctionnement du boulier peut être plus ou moins à la charge des élèves, ou du professeur ; elle peut donner lieu à différents contrats didactiques (Brousseau 1998). Dans le cas d'un boulier matériel, pour que les élèves formulent des hypothèses, il faut qu'ils disposent de représentations de différents affichages du boulier (par exemple sur papier, retro-projetés ou dessinés au tableau). Pour le boulier virtuel, l'option « voir nombre » permet aux élèves de faire leurs propres expériences, éventuellement nombreuses (une caractéristique des différences entre *technologies anciennes* et *nouvelles technologies* soulignée par Maschietto et Trouche (2010)) ;
- des temps de travail avec l'ensemble des élèves peuvent être organisés plus ou moins régulièrement ; en particulier, une institutionnalisation du mode de fonctionnement sera probablement faite, mais elle peut intervenir plus ou moins tôt. Celle-ci, dans le cas du boulier matériel, nécessite l'emploi de représentations de bouliers sur papier, ou sur le tableau (dessin ou retro-projection). Dans le cas du boulier virtuel, on peut avoir recours à un vidéo-projecteur (avec éventuellement un TBI ; dans ce cas, un élève ou le professeur peut effectuer avec la main ou le stylet du TBI le mouvement permettant de déplacer les boules vers la barre centrale) ;
- des productions écrites de diverses natures peuvent être demandées aux élèves : représentations de bouliers, écriture d'un mode d'emploi, etc. Le travail écrit peut rendre compte d'un affichage sur écran ; il peut aussi être disjoint du travail sur ordinateur.

La découverte du mode de fonctionnement peut en outre s'articuler de différentes manières avec des tâches d'affichage et de lecture de nombres. Pour ces tâches, différentes variables sont également importantes. Le nombre en jeu peut obliger ou non à l'emploi de quinaires, amener à laisser une tige vide (sur la droite) si l'écriture du nombre comporte un zéro, permettre plusieurs représentations. Sur ce dernier point, le professeur peut également faire le choix d'introduire

plus ou moins tôt la notion d'inscription économique, et l'imposer ou non. Pour ces tâches également, le boulier virtuel peut amener des mises en œuvre spécifiques : pour l'affichage d'un nombre donné, l'icône « voir nombre » dispense d'une validation par le professeur. Dans le même temps, il peut être utilisé abusivement par les élèves, qui peuvent mettre en place des stratégies d'essai-erreur. Pour des tâches individuelles de lecture de nombres¹⁴, il semble délicat en revanche d'utiliser le boulier virtuel : le professeur ne peut pas préparer des affichages, et le bouton « voir nombre » permet de tricher.

Nous allons dans la partie suivante examiner et analyser les choix retenus par les deux professeurs que nous avons suivis, Carlos et Noémie.

ÉTUDES DE CAS

1. Carlos, découverte du boulier et numération en CE2

Carlos a une classe de CE2 de dix-huit élèves. Il est maître-formateur, directeur de son école. Cette école est équipée d'une salle informatique avec huit postes reliés à internet.

Nous présentons dans un premier temps les principaux choix effectués par Carlos. Nous analysons ensuite plus précisément certains de ces choix ; enfin nous examinons comment le boulier virtuel semble s'intégrer dans le système de ressources de Carlos. La séquence de Carlos se déroule en 2008–2009. Comme nous l'avons souligné précédemment, cette séquence, pour des contraintes externes à la recherche, n'a pas pu faire l'objet d'observations filmées par les enseignants-chercheurs. Ainsi, pour Carlos, nous avons recueilli ses fiches de préparation, ses notes prises à la suite de chaque séance, les productions écrites de ses élèves et les notes prises par les chercheurs au cours des discussions dans le groupe de recherche. Les descriptions et résultats ci-dessous résultent de l'exploitation de ces données, conduite en lien avec l'analyse de la partie précédente.

Présentation de la séquence et du travail documentaire de Carlos

Carlos avait identifié depuis plusieurs années dans l'un des manuels qu'il utilise couramment, le *Nouvel Objectif Calcul CE2*, une séance de numération utilisant le boulier. Il ne l'avait jamais mise en œuvre, jugeant qu'il ne disposait pas de suffisamment de bouliers matériels ;

¹⁴ La page web du boulier virtuel Sésamath propose des exercices de lecture de nombres (affichages aléatoires successifs), conçus pour le niveau 6^e.

le boulier virtuel et la salle informatique apportent une solution à ce problème matériel.

Le scénario (Annexe 1) mis en place par Carlos comporte huit séances d'une heure environ. L'objectif général de ces huit séances est selon Carlos de « mieux comprendre le système d'échanges dans le cadre de la numération ». La première séance est une séance de découverte du boulier par la recherche de son mode de fonctionnement. Au cours des séances 2 à 5, les élèves poursuivent la recherche du mode de fonctionnement du boulier et travaillent sur les différentes manières d'inscrire un même nombre. Les séances 6 et 7 sont des séances de consolidation et d'entraînement sur les techniques d'inscription des nombres. En particulier, l'inscription économique est introduite et institutionnalisée. La séance 8 est consacrée à l'évaluation.

Les séances se déroulent dans la salle informatique ; les élèves sont en groupes de deux ou trois autour d'un ordinateur : « un manipulateur, un observateur et un secrétaire », selon les fiches de préparation de Carlos. Le boulier matériel n'est utilisé qu'à la première séance, accompagné d'une présentation « historique et géographique ». Le boulier virtuel est utilisé à chaque séance. Il est toujours accompagné d'autres supports : le manuel, et/ou des écrits demandés. En particulier les élèves commencent en séance 3 à produire des affiches (Annexe 2), qui seront présentées et discutées en séance 5. Les temps de travail en groupe, sur ordinateur et sur papier, alternent avec des mises en commun. En dehors des mises en commun, Carlos intervient auprès des groupes pour « vérifier la compréhension » ; pendant les séances 3, 4 et 5, il reste plus particulièrement présent auprès d'un groupe de trois élèves « en remédiation ». Selon Carlos, le travail sur le boulier virtuel plaît beaucoup aux élèves : « l'utilisation de l'ordinateur a permis aux élèves de vérifier la validité de leur représentation et de persévérer dans la tâche » (notes post-séance 6). Plusieurs semaines après la fin de la séquence, il déclare au cours d'une réunion du groupe que « en travaillant la technique opératoire de la multiplication, les élèves font moins d'erreurs liées à la numération », ce qu'il identifie comme un effet du travail sur le boulier.

La classe de situations concernée ici est « concevoir et mettre en œuvre une séquence d'enseignement sur la numération entière en CE2 ». Carlos a mobilisé dans son travail documentaire une multiplicité de ressources : boulier matériel (utilisé seulement lors de la première séance), boulier virtuel, support papier/crayon, instructions officielles, manuel de classe, etc. Nous avons retenu certains de ses choix, en fonction de l'analyse préalable présentée ci-

dessus, que nous analysons en termes d'instrumentation, instrumentalisation et genèses documentaires en cours.

Boulier et genèses, le cas de Carlos

Carlos a principalement orienté le travail des élèves vers la découverte du mode de fonctionnement du boulier, articulée avec l'inscription de nombres. Certaines tâches de lecture de nombres ont été proposées en utilisant le manuel et des supports papiers, mais celles-ci restent peu nombreuses. On peut considérer ceci comme faisant partie d'une genèse en cours, pour la classe de situations « concevoir et mettre en œuvre une séquence d'enseignement sur la numération entière en CE2 ». Le boulier virtuel est utilisé pour des tâches d'inscription de nombres ; le manuel pour des tâches de lecture, ainsi les deux ressources sont combinées par le professeur, dans un mouvement d'instrumentalisation. Compléter des tâches d'inscription sur le boulier par des tâches de lecture sur papier serait probablement un choix de tout professeur utilisant le boulier virtuel (nous l'avons d'ailleurs retrouvé dans le cas de Noémie). Un autre choix, encore plus général, peut être relevé : à plusieurs reprises, Carlos profite de l'autonomie de certains élèves sur l'ordinateur pour travailler en 'remédiation' avec les élèves en difficulté. Ce choix, qui relève également de l'instrumentalisation, apparaît avec différents types de ressources en ligne (Bueno-Ravel & Gueudet 2009). Nous allons ici nous intéresser à des choix plus spécifiques de Carlos.

Carlos a organisé sa séquence d'une manière proche du laboratoire de mathématiques tel que décrit par Maschietto et Trouche (2010). Les élèves ont accès à des outils, principalement le boulier virtuel. Ils travaillent en petits groupes ; le professeur circule auprès des groupes pour apporter son aide en cas de problèmes. Des temps réguliers de mise en commun sont organisés. L'institutionnalisation par le professeur du mode de fonctionnement du boulier ne se fait qu'après la constitution par les élèves d'affiches présentant un mode d'emploi¹⁵ (Annexe 2). Pour Carlos, il est très important que les élèves contribuent à l'élaboration de ce mode d'emploi qui sera gardé comme mémoire. On peut considérer qu'il s'agit d'une règle d'action, du type « quand un nouvel artefact mathématique est introduit en classe, il faut constituer un mode d'emploi de cet artefact », associée à un invariant opératoire du type « les élèves apprennent les mathématiques en jouant un rôle actif dans l'élaboration du savoir, et des traces écrites communes à la classe ». Cette règle d'action peut notamment provenir

¹⁵ Dans cet article nous nommons « mode d'emploi » un texte écrit présentant le fonctionnement du boulier.

de l'usage, régulier pour Carlos, de la calculatrice en classe, pour laquelle il fait constituer des modes d'emploi aux élèves, conformément aux suggestions formulées dans les programmes officiels.

Carlos fait par ailleurs le choix d'encourager les élèves à rechercher plusieurs écritures pour un même nombre (Annexe 2). En effet, l'un de ses objectifs est d'amener ses élèves à « comprendre le sens additif de la numération » : la recherche de plusieurs écritures peut se traduire par celle de décompositions additives. Par ailleurs, la fonction d'affichage de l'écriture chiffrée du nombre inscrit confère au boulier virtuel un aspect « compteur », qui incite les élèves à chercher à afficher le successeur d'un nombre, compris comme « nombre +1 ». Nous relevons ici encore l'amorce d'une genèse : l'objectif tourné vers le sens additif de la numération amène Carlos à employer le boulier virtuel, pour permettre aux élèves de découvrir plusieurs décompositions additives d'un même nombre (instrumentalisation, où les connaissances du professeur guident ses choix pour les usages). Dans le même temps, le boulier virtuel amène les élèves à rechercher l'affichage de successeurs (instrumentation, pour les élèves), que Carlos n'avait pas anticipé et qui le conforte dans sa conviction de l'intérêt du boulier virtuel pour cet objectif. En particulier, il relève à la séance 5, la déclaration d'un groupe (Quentin et Benjamin, intervention orale notée par Carlos) : « si on construit 15 comme $5+5+1+1+1+1+1$ on ne peut plus construire 16 ». À la séance 6, il fait intervenir ce groupe, pour initier une discussion dans la classe, avant de proposer une tâche d'écriture d'un nombre avec le minimum de boules. Nous retrouvons ici un choix orienté vers l'investigation par les élèves et l'appui par le professeur sur les formulations des élèves, pour faire avancer le savoir dans la classe. Carlos n'a pas voulu imposer « l'inscription économique » ; il souhaite tout de même parvenir à établir dans la classe l'intérêt de cette inscription, notamment dans un objectif de travail sur les échanges, d'où son appui sur les propos de Quentin et Benjamin.

Revenons sur la découverte, par les élèves, du mode de fonctionnement du boulier. Dès la fin de la deuxième séance, Carlos pense que les élèves ont compris ce mode de fonctionnement, car ils parviennent à afficher des nombres demandés. Il rapporte cette observation dans le groupe de recherche ; les chercheurs soulèvent alors la question des techniques utilisées par les élèves. En effet, nos travaux antérieurs sur le boulier (Poisard 2005) nous ont questionnées sur la possibilité d'appropriation si rapide du mode de fonctionnement du boulier qui nécessite des connaissances relatives à la numération de position, connaissances assez complexes pour des élèves de CE2.

Cette discussion dans le groupe de recherche a amené Carlos à compléter, lors de la séance suivante, le travail sur l'ordinateur par un travail sur support papier/crayon. Les élèves devaient dessiner un boulier représentant un nombre choisi puis vérifier avec le boulier virtuel quel nombre était réellement inscrit (séance 3). Ceci permet à Carlos de constater que pour la plupart des élèves, il faut 3 essais avant de parvenir à un affichage correct, pour un nombre à trois chiffres. Dans le même temps, cette mise en œuvre amène les élèves à s'écarter des procédures d'essai-erreur, car le maître a une trace de leurs essais. À partir de cette séance 3, Carlos associe systématiquement boulier virtuel et support papier/crayon.

Intégration du boulier virtuel dans le système de ressources de Carlos

Plusieurs facteurs expliquent l'intégration du boulier virtuel dans le système de ressources de Carlos : l'appartenance au groupe TREMA-1 bien entendu, mais aussi la possibilité d'articuler cette nouvelle ressource avec d'autres déjà en usage, l'incitation institutionnelle relative aux ressources informatiques ainsi que ses connaissances professionnelles sur l'enseignement de la numération et plus généralement sur l'enseignement des mathématiques.

Le choix du boulier virtuel par Carlos, parmi les ressources numériques présentées dans le groupe de recherche (rappelons que diverses ressources en ligne avaient été présentées ainsi que la calculatrice), est lié en particulier à la présence, dans son système de ressources, du manuel de classe (*Le nouvel objectif calcul CE2*) qui propose dans sa progression un travail sur la numération entière par l'étude du boulier chinois. Carlos avait repéré cette séquence depuis quelques années, mais ne l'avait jamais proposée dans sa classe par manque de bouliers matériels. Au-delà même de cet obstacle matériel, il juge la mise en œuvre de cette séquence trop difficile. L'argument principal de Carlos réside dans la difficulté à observer les nombres inscrits par les élèves sur le boulier matériel, les inscriptions se modifiant si on déplace le boulier. En effet, le boulier matériel est en quelque sorte trop dynamique et il est difficile pour l'enseignant d'analyser les productions des élèves. Carlos a donc retenu le boulier virtuel en utilisation libre dont l'icône « voir nombre » permet la validation par l'ordinateur d'un affichage proposé. À partir de la deuxième séance, il n'utilise plus le boulier matériel.

Carlos accorde une importance particulière à préparer ses élèves au Brevet informatique et internet (B2i¹⁶). On peut repérer ici un

¹⁶<http://eduscol.education.fr/cid46073/b2i.html> et <http://www.educnet.education.fr/formation/certifications/b2i>

argument institutionnel, relatif au programme scolaire : le travail en salle informatique a permis à Carlos d'approfondir et de valider certaines compétences informatiques avec ses élèves, en particulier : s'approprier un environnement informatique de travail (dont démarrer un ordinateur, lancer un logiciel).

Ainsi le boulier virtuel s'associe bien avec d'autres ressources de Carlos ; de plus, des influences institutionnelles ont pu contribuer à son intégration. Ces facteurs ne nous semblent toutefois pas suffisants pour expliquer l'intégration du boulier par Carlos, ni pour analyser les usages qu'il développe. Les connaissances professionnelles de Carlos ont joué un rôle majeur.

Il a en effet des connaissances didactiques sur l'enseignement de la numération. Ainsi il accorde une importance particulière aux différentes manières de coder un nombre : écriture chiffrée, écriture en lettres, décomposition additive des nombres pour le calcul mental en particulier. Le codage sur le boulier vient compléter une variété de codages déjà en usage en classe. Il permet de plus un travail spécifique sur le sens additif de la numération et sur les échanges.

Carlos a des connaissances relatives à l'organisation d'un travail de groupe : répartition des rôles, aide du professeur, mises en commun. Ces connaissances contribuent certainement à son intégration du boulier virtuel (d'autres enseignants auraient pu trouver que 8 ordinateurs ne sont pas suffisants pour une telle séquence). Carlos a également des connaissances sur la constitution d'un mode d'emploi, impliquant activement les élèves, et plus généralement sur l'intérêt de laisser aux élèves une certaine autonomie dans leur activité mathématique. Grâce à ses connaissances didactiques, Carlos est à même de constituer les productions et les déclarations des élèves en ressources pour l'avancement de son enseignement, ce qui va également dans le sens d'une responsabilité importante vis-à-vis du savoir laissée aux élèves. Dans les notes prises, à l'intention du groupe de recherche, à l'issue de chaque séance, il écrit notamment :

L'intérêt du boulier virtuel est très net. Les nombreux essais sont auto-validés par le résultat affiché. Tous les élèves sont en situation de réussite. Le fait d'écrire sur une affiche permet de fixer les connaissances. Les élèves ayant beaucoup manipulé, découvrent beaucoup de choses mais ne mémorisent pas obligatoirement. L'excitation liée au support informatique les pousse à agir énormément mais pas à analyser. L'activité informatique prenant le pas sur la réflexion, un temps sans ordinateur est primordial pour fixer par écrit ce qui a été découvert.

Nous relevons ici l'amorce d'une genèse documentaire. À partir d'un ensemble de ressources, Carlos conçoit un enseignement visant la

découverte du mode d'emploi du boulier virtuel. Il fait des choix parmi ces ressources, se les approprie en fonction de ses objectifs, associe support informatique et papier/crayon, dans un mouvement d'*instrumentalisation*. Dans le même temps, ses connaissances professionnelles évoluent, au cours d'un mouvement d'*instrumentation* : les discussions dans le groupe, et les observations des productions des élèves ont amené Carlos à prendre conscience des techniques de détournement du boulier virtuel construites par les élèves, et donc à développer de nouvelles connaissances professionnelles, relatives ici à l'emploi du boulier virtuel. Il retient à la fois l'intérêt de ce support numérique, et la nécessité de le combiner avec des traces écrites ; cette association boulier virtuel-représentations de bouliers sur papier s'intègre dans son système de ressources.

2. Noémie, inscription économique et numération en CE1

Noémie a une classe de CE1 de vingt-trois élèves. Elle est maître-formateur ; son école est équipée d'une salle informatique avec quinze postes et d'un TBI.

Nous suivons ici le même plan que pour le cas de Carlos, c'est-à-dire que nous donnons dans un premier temps une présentation synthétique de la séquence de Noémie. Nous analysons ensuite plus précisément certains de ses choix ; enfin nous examinons comment le boulier virtuel semble s'intégrer dans son système de ressources.

La séquence de Noémie se déroule en 2009–2010 ; parmi les huit séances concernées, cinq ont été observées et filmées. Les données que nous exploitons ici sont : les fiches de préparation de Noémie, les notes prises à la suite de chaque séance, les productions écrites de ses élèves, les vidéos des séances de classe et les notes prises au cours de ces séances, les notes prises par les chercheurs au cours des discussions dans le groupe de recherche, le questionnaire de présentation personnelle de Noémie, le texte de son entretien et la représentation schématique de son système de ressources.

Présentation de la séquence et du travail documentaire de Noémie

Noémie a l'expérience de plusieurs groupes de recherche ; elle est titulaire d'un Master en sciences de l'éducation. Elle a rejoint le groupe TREMA-1 en 2009–2010 ; elle souhaitait développer son utilisation de l'outil informatique, en particulier suite à l'arrivée d'un TBI dans son école. Dans le groupe, elle a pris connaissance de la séquence de Carlos, qu'elle a trouvée intéressante pour ses élèves de CE1. Son idée de départ est de « suivre la programmation déjà effectuée dans la classe de CE2 avec des aménagements ».

Usuellement, Noémie utilise le manuel *J'apprends les maths CE1*, pour l'enseignement de la partie numérique dans sa classe, avec un matériel associé, composé de jetons, boîtes et valises. Elle enseigne également à ses élèves « la comptine à la chinoise » (« deux-dix et un » pour 21) qui est utilisée dans le manuel de CP *J'apprends les maths avec Tchou*. C'est pour elle une aide indispensable pour certains élèves de CE1, notamment pour travailler sur les nombres compris entre 60 et 69. Elle emploie également des situations-problèmes issues d'un autre manuel (*ERMEL*).

En fait, Noémie utilisera le boulier virtuel une fois par semaine toute l'année : les élèves sont très intéressés par ces séances, et Noémie trouve que cet outil est propice à l'apprentissage de la numération entière, l'objectif, selon elle, est : « Représenter un nombre sur un boulier, comprendre les échanges et utiliser l'outil pour calculer ». Ici nous présentons uniquement les huit premières séances de l'année (Annexe 3).

Chacune de ces séances dure environ une heure ; la classe est séparée en deux demi-groupes qui travaillent successivement, une demi-heure chacun. Ceci permet à Noémie de faire travailler les élèves individuellement ; ceci lui permet aussi des ajustements entre la séance avec le premier demi-groupe et la suivante. L'autre demi-groupe est à la bibliothèque. Noémie souligne que cette classe est « très atypique car il y a beaucoup d'enfants en grande difficulté comme Clovis par exemple qui a un handicap, cet handicap de dyspraxie ».

La séance 1 concerne la découverte du mode de fonctionnement du boulier matériel, la séance 2 celle du boulier virtuel. La séance 3 porte sur la lecture de nombres avec échanges à effectuer puis inscription. Des problèmes arithmétiques, dont le résultat doit être inscrit sur le boulier sont proposés en séance 4. La séance 5 est une évaluation sur papier : lire et inscrire des nombres, écrire le mode d'emploi. Ceci est réinvesti à la séance 6 avec un travail sur la rédaction d'un mode d'emploi. En séance 6 débute également l'inscription de nombres « dits à la chinoise » sur le boulier : par exemple « 19 groupes de dix » ; les propositions doivent être justifiées (à l'oral). Ce travail se poursuit aux séances 7 et 8, lors desquelles Noémie demande aussi aux élèves l'inscription d'un premier nombre puis d'un second (plus grand) sans repasser par zéro. Pour l'ensemble de la séquence, les élèves n'ont produit des traces écrites que lors de la séance d'évaluation. Ceci constitue une différence par rapport aux choix de mise en œuvre de Carlos qui comportent des traces écrites plus nombreuses. C'est en particulier le niveau scolaire, ici le CE1 qui explique cette différence.

Pour la classe de situations « concevoir et mettre en œuvre une séquence d'enseignement sur la numération entière en CE1 », nous allons donner de manière semblable à ce que nous avons fait ci-dessus des éléments de genèses documentaires en cours, dans le cas de Noémie.

Boulier et genèses, le cas de Noémie

La description ci-dessus montre des écarts importants avec les choix de Carlos, d'autant plus intéressants que l'intention de Noémie était de faire la même séquence, adaptée au niveau du CE1.

En ce qui concerne l'organisation de la classe, Noémie souhaitait que les élèves travaillent individuellement. Ceci est lié au fait qu'elle identifie la classe comme « atypique », avec « beaucoup d'élèves en grande difficulté ». Plus généralement, Noémie attache beaucoup d'importance au suivi individuel des élèves, elle cite dans son entretien de nombreux noms d'élèves (y compris des élèves qu'elle a eus plusieurs années auparavant), parle de leurs difficultés spécifiques. Ainsi on s'éloigne du dispositif de type « laboratoire de mathématiques » (Maschietto & Trouche 2010). Le partage de responsabilités entre enseignant et élèves est très différent.

Noémie présente dès la première séance le mode de fonctionnement du boulier, qu'elle reprendra plusieurs fois en début de séance. Elle institutionnalise le vocabulaire « tige », « unaire », « quinaire », et nomme « axe de lecture » la barre centrale. Il est possible que la présence du TBI, qui permet facilement de montrer le boulier virtuel à tous les élèves, ait influencé ce choix (instrumentation). Mais cet exposé par le professeur du mode de fonctionnement du boulier pour tout le groupe (demi-classe) intervient dès la première séance ; or celle-ci se déroule en salle ordinaire. Noémie a conçu pour cette séance une représentation du boulier au tableau avec des aimants figurant les boules (instrumentalisation). Noémie s'attend également à ce que les élèves fassent des confusions entre les tiges ; elle se base pour ceci sur ses connaissances concernant les difficultés rencontrées par les élèves au sujet de la numération positionnelle. Par ailleurs, elle souligne dans l'entretien, en se référant au cas d'un élève en grande difficulté, qu'elle avait eu plusieurs années auparavant : « pour certains élèves, le matériel n'est pas forcément une aide [...] Le langage en situation lui aurait peut-être apporté plus ». Elle attribue cette connaissance sur le langage à son Master 2. Ces différents éléments nous amènent à considérer que le document développé par Noémie, à partir d'un ensemble de ressources comportant le boulier matériel, le tableau classique et les aimants, le boulier virtuel, le TBI, comporte une règle d'action du type « il faut

présenter très tôt et rappeler régulièrement le mode de fonctionnement du boulier », associée à un invariant opératoire du type « les élèves peuvent confondre les positions associées aux unités, dizaines, etc. dans l'écriture du nombre » (dans sa fiche de préparation, elle parle d'introduire « la distinction entre nombre et valeur »). Il semble comporter également une règle que l'on peut formuler comme « le professeur doit donner un vocabulaire précis, pour chaque élément du boulier », associé à l'invariant « le langage mathématique précis, introduit en situation, favorise les apprentissages ». Noémie est également attentive à Clovis, son élève dyspraxique, qui a « du mal à se repérer dans l'espace » (ce qu'elle note sur sa fiche de préparation). L'attention au cas des élèves les plus fragiles semble également faire partie des connaissances professionnelles de Noémie, et a pu guider le choix d'une mise en œuvre où les élèves travaillent individuellement sur l'ordinateur.

Autre différence importante, Noémie introduit dès la première séance l'inscription économique. Elle désigne même les autres écritures comme « interdites » (voir le texte de l'évaluation en Annexe 4). Elle note dans sa préparation : « 2 quinaires ne doivent jamais être abaissées sur 'l'axe de lecture' ce qui provoque une impossibilité de lecture, il faut 'enclencher' l'échange ». Pour Noémie, le travail sur les échanges constitue l'objectif essentiel du recours au boulier ; ceci la conduit à instaurer cette règle. Plus généralement, elle propose à ses élèves des tâches susceptibles de les amener à pratiquer des échanges, par exemple « Inscrire 19 groupes de dix sur le boulier ». Une règle d'action du type : « les tâches proposées doivent amener un travail sur les échanges » est présente dans le document qu'elle développe, associée à ses connaissances sur l'enseignement de la numération, en particulier sur les difficultés des élèves à pratiquer les échanges. Pour l'exercice « inscrire 19 groupes de dix », le raisonnement visé est le suivant : « 19 groupes de dix représente 190 c'est-à-dire une unaire activée dans les centaines, et une quinaire et quatre unaires activées dans les dizaines ». Elle repère que pour certains élèves, le nombre est codé sur le boulier comme : « une unaire activée dans les centaines, cinq unaires dans les dizaines et quatre unaires dans les unités » ce qui correspond en fait à 154 et non à 190 (figure 4).

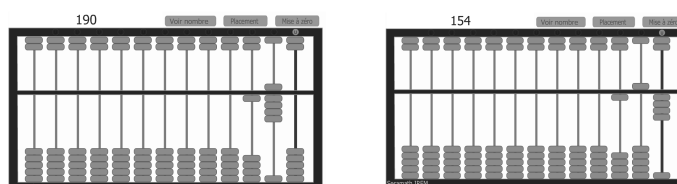


Figure 4. – Bouliers avec les nombres 190 et 154 inscrits

Elle cite (dans l'entretien post-séance 6) cet exemple comme témoignant de l'intérêt de l'emploi du boulier. Il correspond selon elle à une erreur classique : confusion entre dizaines et unités, pour un nombre dont le chiffre des unités est 0 (cette erreur liée à l'inscription sur le boulier peut également apparaître avec le matériel Picbille qu'elle utilise). Noémie considère que le boulier lui permet de repérer des difficultés, et de corriger des erreurs lors des mises en commun ; elle a bien amorcé le développement d'un document à partir de ce boulier, désormais intégré dans son système de ressources.

Intégration du boulier virtuel dans le système de ressources de Noémie

L'intégration du boulier virtuel dans le système de ressources de Noémie résulte d'un ensemble de facteurs. Le boulier virtuel est compatible avec les conditions matérielles dans lesquelles travaille Noémie : salle informatique et TBI en particulier. Notons que l'intégration du boulier et celle du TBI ont été simultanées. Le boulier s'articule aussi avec le manuel et le matériel Picbille que Noémie utilise habituellement : il constitue un matériel complémentaire, et plus précisément encore il donne une importance particulière au nombre 5, avec la présence des quinaires. Or le manuel *J'apprends les maths* confère également un rôle particulier au 5. Noémie, dans son travail avec ce manuel, a pu développer une connaissance sur l'intérêt de s'appuyer sur le 5 dans l'enseignement de la numération, qui peut avoir contribué à son choix du boulier.

Bien entendu, l'appartenance au groupe TREMA-1 a joué un rôle important ; cette appartenance elle-même résulte du désir de Noémie de développer son usage des TICE, en lien avec des attentes institutionnelles.

Cependant, l'insertion du boulier virtuel dans le système de ressources de Noémie ne résulte pas que de sa compatibilité avec d'autres ressources matérielles, ou d'influences institutionnelles. Dans sa représentation schématique de systèmes de ressources (figure 5), Noémie met au centre les 'notions mathématiques'. Dans le même ensemble que les notions mathématiques, apparaît le GRI, c'est-à-dire le groupe de recherche TREMA-1 et donc son travail sur le boulier virtuel. Pour Noémie, c'est donc la compatibilité du boulier avec les notions mathématiques à enseigner en CE1 qui a déterminé son usage en classe. Plus spécifiquement, elle juge la numération très importante, délicate (en particulier pour certains élèves) et souhaite explorer de nouvelles pistes pédagogiques pour son enseignement.

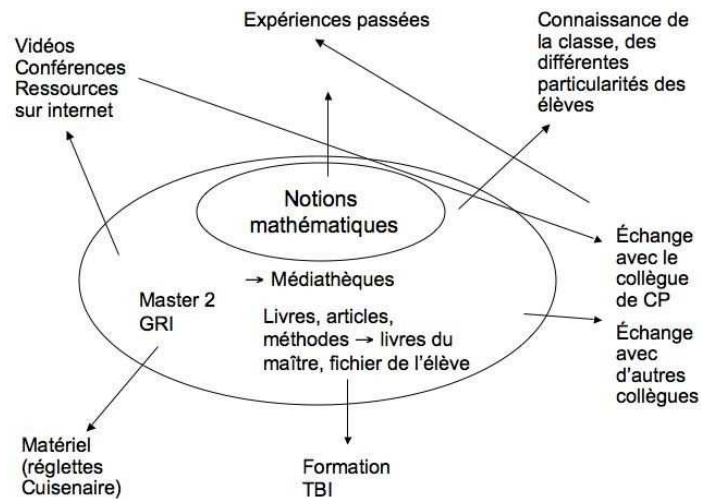


Figure 5. – Représentation schématique du système de ressources de Noémie

Noémie est une enseignante expérimentée, qui a des connaissances professionnelles didactiques sur l'enseignement de la numération. Ainsi, elle accorde une importance particulière aux différentes manières de coder un nombre : écriture chiffrée, écriture en lettres, décomposition des nombres pour le calcul mental en particulier. Elle utilise la « comptine à la chinoise », employée dans le manuel *J'apprends les maths avec Tchou CP*. Ses préparations de séances montrent qu'elle a d'emblée mené une analyse didactique des possibilités du boulier, pour l'écriture de nombres : quels nombres proposer, comment présenter ces nombres, quelles erreurs prévoir, selon le nombre proposé, et la manière dont il est présenté (« 19 groupes de dix »). Noémie a développé un document, à partir du boulier virtuel et d'autres ressources ; ce document intègre des connaissances didactiques sur l'enseignement de la numération.

Elle ne s'est pas centrée comme Carlos sur l'autonomie que permet l'affichage du nombre avec le boulier virtuel. Dans sa classe, le travail sur le boulier nous a semblé plus intégré à la progression usuelle (l'aspect « laboratoire de mathématiques », chez Carlos, a fait de la séquence boulier un moment en marge de l'enseignement habituel de mathématiques). Ainsi la possibilité de l'affichage de l'écriture chiffrée du nombre inscrit semble d'une certaine manière moins exploitée dans la séquence de Noémie. En revanche, l'emploi du boulier virtuel et du TBI pour les synthèses représente clairement

pour cette séquence un apport spécifique de ces ressources numériques, largement exploité.

Les connaissances professionnelles de Noémie ont été renforcées : tout d'abord concernant l'enseignement de la numération décimale qu'elle considérait déjà comme centrale et délicate au cycle 2. Un nouvel outil, le boulier, vient compléter le matériel pédagogique de la classe. Ensuite, le désir de Noémie de mettre en place des séances TICE en mathématiques parce qu'elle trouve cela important pour l'apprentissage dès le cycle 2 s'est vu renforcé par l'intégration du boulier virtuel.

DISCUSSION

Nous avons examiné ici deux cas de maîtres-formateurs, utilisant le boulier virtuel. Cependant les résultats mis au jour vont au-delà de ces cas, et de cette ressource spécifique. Ils permettent d'apporter des éléments de réponses aux questions que nous avons posées en ouverture de cet article :

- Quels éléments influencent, ou guident, les choix des professeurs, pour retenir une ressource et pour choisir une mise en œuvre en classe ? En particulier, comment s'articulent ces choix et les connaissances professionnelles des professeurs ?
- Comment les professeurs s'approprient-ils une ressource retenue en l'adaptant, la transformant, l'associant à d'autres ?

En ce qui concerne la première question, nous avons souligné l'intervention des connaissances professionnelles, en particulier les connaissances liées au contenu mathématique en jeu, guidant les choix de mise en œuvre des professeurs. Une ressource nouvelle est retenue parce qu'elle permet de travailler une propriété mathématique que le professeur juge importante, ou susceptible de causer des difficultés. Elle est retenue, également, si elle permet une mise en œuvre en cohérence avec les connaissances du professeur sur l'apprentissage des mathématiques. Dans le cas de ressources numériques, les mises en œuvre spécifiques qu'elles permettent jouent un rôle important pour leur intégration, toujours en lien avec des connaissances professionnelles. Le boulier virtuel permet un travail en autonomie, important pour Carlos ; l'association TBI-boulier virtuel permet un travail sur le langage en situation, pour Noémie. Ces connaissances différentes amènent des usages distincts d'une même ressource.

Naturellement, la compatibilité avec les autres ressources matérielles du professeur conditionne l'adoption d'une ressource numérique. De même, les productions ou interventions des élèves

jouent un rôle très important. La mémoire de productions des années précédentes peut intervenir dans les choix de mise en œuvre a priori. L'observation lors de la mise en œuvre peut également amener des ajustements dans ce qui était prévu. Nous considérons, dans ces deux cas, que les productions des élèves se sont constituées en ressources susceptibles de faire évoluer les connaissances des professeurs.

La difficulté d'accès aux productions des élèves amène parfois des réticences des professeurs vis-à-vis des ressources numériques (voir pour le cas de la calculatrice Assude 2007). Les professeurs chevronnés que nous avons observés ont d'ailleurs pris soin d'effectuer des choix de mise en œuvre qui leur permettent d'accéder aux productions des élèves (productions qui, en cycle 2, restent principalement orales), et d'adapter rapidement le scénario prévu a priori si besoin.

Quant à la question portant sur le processus d'appropriation, notre étude confirme selon nous la perspective retenue dans l'approche documentaire, selon laquelle les professeurs sont concepteurs de leur enseignement. On peut considérer que la séquence de Noémie, élaborée avec l'intention de rester proche de la séquence de Carlos, et qui finalement s'en éloigne de manière très sensible met en évidence le fait que les professeurs n'appliquent pas des ressources « clé en main ». Une ressource nouvelle est associée à d'autres ressources matérielles du professeur : manuel, fiches papiers, etc. Cet ensemble de ressources est travaillé par le professeur : certaines parties des ressources sont sélectionnées, elles sont combinées, modifiées, etc. Au cours de ce travail, se déroule une genèse qui va conduire au développement d'un document, comportant des connaissances professionnelles.

Naturellement, l'étude que nous avons présentée ici doit être prolongée. Les professeurs que nous avons observés sont des maîtres-formateurs ; le travail documentaire de professeurs novices serait certainement différent. Orsola-Mangiante (2007), dans son étude de la genèse des pratiques de professeurs des écoles débutants identifie « trois sources d'aides et de contraintes » que sont « les prescriptions institutionnelles, l'activité du maître, l'activité des élèves ». Il est probable que les prescriptions institutionnelles jouent un rôle spécifique pour les professeurs débutants (« je les utilise de moins en moins [...] Je pense que c'est tout de même un document intéressant, quand on n'a pas du tout de pratique », nous dit ainsi Noémie en entretien). Il nous semble cependant nécessaire de prendre en compte d'autres ressources matérielles. En revanche, nous n'avons pas étudié l'activité du professeur comme une ressource. Un contexte de formation, centré sur l'analyse de pratiques, nous amènerait sans

doute à revoir ce choix ; ceci peut faire partie du travail empirique et théorique qui se poursuit.

Pour les deux cas présentés, le suivi du professeur avec la ressource boulier n'a duré qu'une année ; il faudrait que ce suivi puisse se prolonger dans la durée, pour repérer des usages stabilisés, permettant notamment d'enrichir l'analyse de l'influence de cette ressource sur l'évolution des connaissances des professeurs. Un tel recueil de données fait partie de notre travail en cours.

Cependant les résultats déjà obtenus, dans cette première utilisation de l'approche documentaire dans le contexte du premier degré, nous semblent significatifs, en termes de réponses à nos questions de départ, mais également sur le plan des actions didactiques à entreprendre. En montrant la richesse et la variété des connaissances mobilisées pour la mise en œuvre d'une ressource numérique (d'un fonctionnement pourtant élémentaire dans le cas que nous avons étudié ici), ils confirment la nécessité de mise en place de formations pour accompagner les usages de ces ressources. Ils indiquent également que des collectifs de professeurs (Lumpe 2007) pourraient jouer un rôle essentiel dans de telles formations.

REFERENCES

- ADLER J. (2000) Conceptualising resources as a theme for teacher education. *Journal of Mathematics Teacher Education* 3(3) 205–224.
- ADLER J. (2010) La conceptualisation des ressources. Apports pour la formation des professeurs de mathématiques. In Gueudet G., Trouche L. (Eds.). *Ressources vives. Le travail documentaire des professeurs, le cas des mathématiques* (pp.23-40). Rennes : Presses Universitaires de Rennes et INRP.
- ARTIGUE M., GUEUDET G. (2008) Ressources en ligne et enseignement des mathématiques. *Actes de l'Université d'Été de Mathématiques de Saint-Flour*, http://www3.ac-clermont.fr/pedago/math/pages/UE2008/prog_UE_2008.htm
- ASSUDE T. (2007) Changements et résistances à propos de l'intégration des technologies dans l'enseignement des mathématiques au primaire. *Informations, Savoirs, Décisions et Médiations (ISDM)* 29 revue en ligne, <http://isd.univ-tln.fr/PDF/isd29/ASSUDE.pdf>
- BALL D. L., THAMES M. H., PHELPS G. (2008) Content Knowledge for Teaching: What Makes It Special? *Journal of Teacher Education* 59(1) 389–407.
- BLOCH I. (1999) L'articulation du travail mathématique du professeur et de l'élève dans l'enseignement de l'analyse en première scientifique. Détermination d'un milieu-connaissances et savoirs. *Recherches en Didactique des Mathématiques* 19(2) 135–194.
- BROUSSEAU G. (1998) *Théorie des situations didactiques*. Grenoble : La Pensée Sauvage.

- BUENO-RAVEL L., GUEUDET G. (2009) Online resources in mathematics: teachers' geneses and didactical techniques. *International Journal of Computers for Mathematical Learning* 14(1) 1–20.
- CHEVALLARD Y. (1996) La fonction professorale : esquisse d'un modèle didactique. In Noirfalise R., Perrin-Glorian M.-J. (Eds.), *Actes de la VIIIe école d'été de didactique des mathématiques* (pp.83-122). Clermont-Ferrand : IREM. http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/La_fonction_professorale.pdf
- CHEVALLARD Y. (2002) Organiser l'étude 3. Écologie & régulation. In Dorier J.-L., Artaud M., Artigue M., Berthelot R., Floris R. (Eds.) *Actes de la XIe école de didactique des mathématiques* (pp.41–56). Grenoble : La Pensée Sauvage.
- COBB P., CONFREY J., diSESSA A., LEHRER R., SCHAUBLE L. (2003) Design experiments in education research. *Educational Researcher* 32(1) 9–13.
- COONEY T. J. (1999) Conceptualizing teachers way of knowing. *Educational Studies in Mathematics* 38 163–187.
- DRUIVERS P., DOORMAN M., BOON P., REED H., GRAVEMEIJER K. (2010) The teacher and the tool : instrumental orchestrations in the technology-rich mathematics classromm. *Educational Studies in Mathematics* 75(2) 213–234.
- GUEUDET G., TROUCHE L. (2008) Du travail documentaire des enseignants : genèses, collectifs, communautés. Le cas des mathématiques. *Éducation et Didactique* 2(3) 7–33.
- GUEUDET G., TROUCHE L. (2009) Towards new documentation systems for teachers? *Educational Studies in Mathematics* 71(3) 199–218.
- GUEUDET G., TROUCHE L. (2010) Des ressources aux documents, travail du professeur et genèses documentaires. In Gueudet G., Trouche L. (Eds.). *Ressources vives. Le travail documentaire des professeurs, le cas des mathématiques* (pp.57-74). Rennes : Presses Universitaires de Rennes et INRP.
- GUIN D., TROUCHE L. (Eds.) (2002) *Calculatrices symboliques : transformer un outil en un instrument du travail mathématique, un problème didactique*. Grenoble : La Pensée Sauvage.
- IMBERT J.-L. (2008) *L'intégration des TICE dans les pratiques mathématiques à l'école primaire*. Thèse de Doctorat de l'Université de Provence.
- LAGRANGE J.-B., BLANCHARD M., LOISY C., VANDEBROUCK F. (Eds.) (2009) *Genèses d'usages professionnels des technologies chez les enseignants*, Rapport final de l'ACI GUPTEn, <http://gupten.free.fr>.
- LEPLAT J. (1997) *Regards sur l'activité en situation de travail. Contribution à la psychologie ergonomique*. Paris : Presses Universitaires de France.
- LIGOZAT F. (2010) Les supports textuels de l'activité mathématique scolaire. Ressources et préconstruits dans la genèse des formes de l'action didactique conjointe. In Gueudet G., Trouche L. (Eds.) *Ressources vives. Le travail documentaire des professeurs, le cas des mathématiques* (pp.303-320) Rennes : Presses Universitaires de Rennes et INRP.
- LUMPE A. T. (2007) Research-Based professional development: teachers engaged in professional learning communities. *Journal of Science Teacher Education* 18(1) 125–128.
- MARGOLINAS C. (2002) Situations, milieux, connaissances. L'activité du professeur. In Dorier J.-L., Artaud M., Artigue M., Berthelot R., Floris R. (Eds.) *Actes de la XIe école de didactique des mathématiques* (pp.141–155). Grenoble : La Pensée Sauvage.

- MARGOLINAS C., COULANGE L., BESSOT A. (2005) What can the teacher learn in the classroom? *Educational Studies in Mathematics* 59 205–234.
- MARGOLINAS C., WOZNIAK F. (2009) Place des documents dans l'élaboration d'un enseignement de mathématiques à l'école primaire. In Bloch I., Conne F. (Eds.) *Nouvelles perspectives en didactique des mathématiques – Actes de la 14e Ecole d'Ete de Didactique des Mathématiques* (pp.135-146). Grenoble : la Pensée Sauvage.
- MARGUIN J. (1994) *Histoire des instruments et machines à calculer. Trois siècles de mécanique pensante 1642-1942*. Paris : Hermann.
- MASCHIETTO M., TROUCHE L. (2010) Mathematics learning and tools from theoretical, historical and practical points of view: the productive notion of mathematics laboratories. *ZDM – The international Journal on Mathematics education* 42(1) 33-47.
- MISSION e-ÉDUC (2008) Pour le développement du numérique à l'école, rapport de la mission e-Éduc, ministère de l'éducation nationale, http://media.education.gouv.fr/file/2008/24/5/Pour_le_developpement_du_numerique_a_l_ecole_27245.pdf
- ORSOLA-MANGIANTE C. (2007) *Une étude de la genèse des pratiques de professeurs d'école enseignant les mathématiques. Prédétermination et développement*. Thèse de Doctorat de l'Université Paris VII-Denis Diderot.
- POISARD C. (2005) *Ateliers de fabrication et d'étude d'objets mathématiques, le cas des instruments à calculer*. Thèse de Doctorat de l'Université de Provence, Aix-Marseille I. <http://tel.ccsd.cnrs.fr/tel-00011850>
- RABARDEL P. (1995) *Les hommes et les technologies, approche cognitive des instruments contemporains*. Paris : Armand Colin.
- RABARDEL P., BURMAUD G. (2005) Instruments et systèmes d'instruments. In Rabardel P., Pastré P. (Eds.), *Modèles du sujet pour la conception. Dialectiques activités développement* (pp. 211–229). Toulouse : Octarès.
- REMILLARD J. T. (2005) Examining key concepts of research on teachers' use of mathematics curricula. *Review of Educational Research* 75(2) 211–246.
- REMILLARD J.T., HERBEL-EISENMANN B.A., LLOYD G.M. (Eds.) (2009) *Mathematics Teachers at Work: Connecting Curriculum Materials and Classroom Instruction*. New York: Routledge.
- REMILLARD J.T. (2010) Modes d'engagement : comprendre les transactions entre professeurs et ressources curriculaires en mathématiques. In Gueudet G., Trouche L. (Eds.) *Ressources vives. Le travail documentaire des professeurs, le cas des mathématiques* (pp.201–216). Rennes : Presses Universitaires de Rennes et INRP.
- ROCARD M., CERMELY P., JORDE D., LENZEN D., WALBERG-HENRIKSSON H., HEMMO V. (2007) *L'enseignement scientifique aujourd'hui : une pédagogie renouvelée pour l'avenir de l'Europe*. Bruxelles : rapport à la commission européenne. http://ec.europa.eu/research/science-society/document_library/pdf_06/report-rocard-on-science-education_fr.pdf
- RUTHVEN K., HENESSY S. (2002) A practitioner model of the use of computer-based tools and resources to support mathematics teaching and learning. *Educational Studies in Mathematics* 49(1) 47–88.
- RUTHVEN K. (2009) Towards a naturalistic conceptualisation of technology integration in classroom practice: The example of school mathematics. *Éducation & Didactique* 3(1) 131–149.

- TROUCHE L. (2004) Managing the complexity of human/machine interactions in computerized learning environments: guiding students' command process through instrumental orchestrations. *International Journal of Computers for Mathematical Learning* 9(3) 281–307.
- VERGNAUD G. (1996) Au fond de l'apprentissage, la conceptualisation. In Noirfalise R., Perrin M.-J. (Eds.) *Actes de la VIII^e école d'été de didactique des mathématiques* (pp.174–185). Clermont-Ferrand : IREM.
- WATSON A., DE GEEST E. (2005) Principled Teaching for Deep Progress: Improving Mathematical Learning Beyond Methods and Materials. *Educational Studies in Mathematics* 58(2) 209–234.

MANUELS SCOLAIRES

- BRISSIAUD R. (dir.). (2009) *J'apprends les maths*. Paris : Retz.
- BRISSIAUD R. (dir.). (2009) *J'apprends les maths avec Tchou CP*. Paris : Retz.
- ERMEL (2001) *Apprentissages numériques et résolution de problèmes CP*. Paris : Hatier.
- ERMEL (2001) *Apprentissages numériques et résolution de problèmes CE1*. Paris : Hatier.
- PELTIER M.-L., CLAVIÉ C., GAUCH A.-M. (1996) *Nouvel objectif calcul CE2*. Paris : Hatier.

ANNEXE 1 : TRAME DE LA SÉQUENCE SUR LA NUMÉRATION ENTIÈRE DE CARLOS EN CE2

Séquence : Le boulier – Numération en CE2

Objectif de la séquence : Mieux comprendre le système d'échange dans le cadre de la numération.

N° des séances	Titre et contenu de la séance	Ressources élèves	Organisation
S1	Découverte du boulier et recherche de son fonctionnement.	Boulier matériel Boulier virtuel <i>Objectif Calcul</i>	Salle informatique Groupe de 2 ou 3 élèves.
S2	Être autonome pour accéder au boulier virtuel	Boulier virtuel	Salle informatique Individuel
S3	Recherche du fonctionnement du boulier (suite). Recherche d'écritures d'un nombre	Boulier virtuel <i>Objectif Calcul</i>	Salle informatique Groupe de 2 ou 3 élèves.
S4	Recherche des différentes écritures d'un nombre	Boulier virtuel <i>Objectif Calcul</i>	Idem S3
S5	Réalisation d'affiches reprenant le travail des 3 premières séances	Affiches Boulier virtuel	Idem S3
S6	Consolidation du fonctionnement du boulier Écriture d'un nombre avec un nombre minimal de boules	Boulier virtuel <i>Objectif Calcul</i> Support papier Fiche auto-validante	Idem S3
S7	Entraînement et consolidation sur l'écriture de grands nombres avec un boulier	Boulier virtuel Support papier	Idem S3
S8	Évaluation	Fiche papier	Salle ordinaire Individuel

ANNEXE 2 : EXEMPLE D'UNE AFFICHE ELABOREE PAR DES ELEVES DE CARLOS

Dans quel sens déplace-t-on les boules ?
 Les boules en haut vont vers le bas, et de bas vers vers le haut.

Quelle est la valeur des boules sur la première tige ?
 Les boules en haut valent 5 les boules en bas valent 1

Quelles boules utilises-tu pour représenter les nombres 8, 12 et 15 ?

Dans la colonne ~~de~~^{du} haut nous avons mis 1 boule dans la colonne ~~de~~^{du} bas on n'a mis 3 boules.

Dans la barre ~~de~~^{du} haut nous avons mis 2 boules.

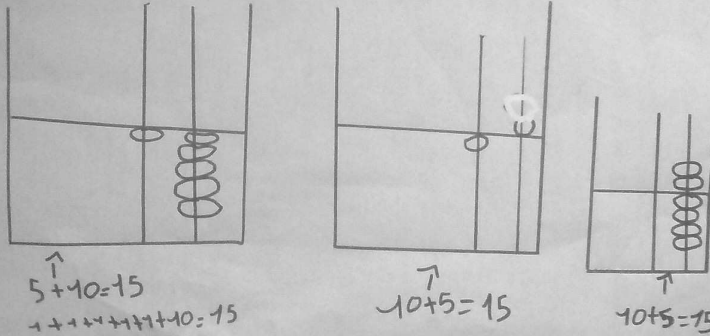


Diagram 1: Tower 1 (left) has 5 beads (top), Tower 2 (middle) has 1 bead (top), Tower 3 (right) has 1 bead (top).
 $5 + 10 = 15$
 $1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 10 = 15$

Diagram 2: Tower 1 (left) has 1 bead (top), Tower 2 (middle) has 5 beads (top), Tower 3 (right) has 1 bead (top).
 $10 + 5 = 15$

Diagram 3: Tower 1 (left) has 1 bead (top), Tower 2 (middle) has 1 bead (top), Tower 3 (right) has 5 beads (top).
 $10 + 5 = 15$

ANNEXE 3 : TRAME DES HUIT PREMIÈRES SÉANCES SUR LA
NUMÉRATION ENTIÈRE DE NOÉMIE EN CE1

Séquence : Le boulier – Numération en CE1

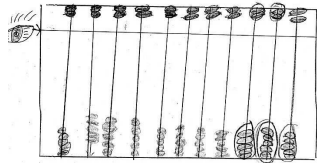
Objectif des séances : Représenter un nombre sur un boulier,
comprendre les échanges et utiliser l'outil pour calculer.

N° des séances	Titre et contenu de la séance	Ressources élèves	Organisation
S1	Découverte du mode de fonctionnement du boulier matériel	Boulier matériel	Demi-groupes 30 min Salle classe Individuel
S2	Découverte du mode de fonctionnement du boulier virtuel	Boulier virtuel	Demi-groupes 30 min Salle info Individuel
S3	Lecture de nombres avec échanges à effectuer puis inscription	Boulier virtuel	idem S2
S4	Problèmes arithmétiques à résoudre de tête et inscrire le résultat sur le boulier. Lien avec la « comptine à la chinoise »	Boulier virtuel	idem S2
S5	Évaluation sur papier : lire et inscrire des nombres et mode d'emploi	Fiche papier	Salle ordinaire
S6	Travail sur la rédaction d'un mode d'emploi. Inscrire un nombre « dit à la chinoise » sur le boulier	Boulier virtuel	idem S2
S7	Inscrire un nombre « dit à la chinoise ». Inscrire un premier nombre puis un second (plus grand) sans repasser par zéro	Boulier virtuel	idem S2
S8	Idem S7	Boulier virtuel	idem S2

ANNEXE 4 : PRODUCTION DE LOLA (CLASSE DE NOÉMIE CE1, EVALUATION DONNEE EN SEANCE 5, DÉCEMBRE 2009)

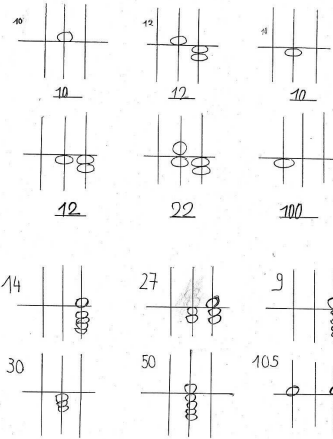
Je complète le boulier :

- ① Je dessine les quinaires en gris. } mise à zéro
- ② Je dessine les unaires en bleu. }
- ③ J'indique par une flèche le sens de lecture.
- ④ Je dessine un œil pour indiquer l'axe de lecture.
- ⑤ Je colore en rouge : les unités
en bleu : les dizaines
en vert : les centaines



J'ai eu un mode d'emploi :

On se sert pour compter avec
les quinaires et les unaires.
Il doit ressembler une en au et on bat.



J'ai représenté 15 sur les deux bouliers.
Barre celui qui ne respecte pas
les interdictions

